



الفرقة الأولى - الاختبار النهائي لفصل الربيع ٢٠٠٧ م

مقرر: الرياضيات ر ١٣١

زمن الاختبار: ساعتان - التاريخ: ٢٠٠٧/٠٥/٢٦

م

درجة الاختبار: ٦٠ درجة

كلية العلوم - قسم الرياضيات

للحصول علي الدرجة النهائية يجب شرح وكتابة جميع الخطوات بوضوح. يجب الكتابة بالقلم الجاف الأزرق أو الأسود.

أجب عن الأسئلة التالية:

(١) [٨ درجات] إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 3 + \sin(x-1) & , x < 1 \\ a\sqrt{x} + b & , x \geq 1 \end{cases}$ فأوجد قيمة الثابتين a, b لكي تكون الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = 1$.

(٢) [٨ درجات] أحسب النهايات التالية (إن وجدت):

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \frac{1}{x} \cos\left(\frac{1}{x}\right) \right) \sin\left(\frac{2}{x}\right)$ (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \tan x - \tan 3x}{\sin 3x - 3 \sin x}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sin x|}{x}$

(٣) [٧ درجات] إذا كانت $g(x) = \sqrt{x}$ ، $f(x) = |x|$ ، فحدد نطاق الاتصال ونطاق الاشتقاق

للدالة gof ، ثم احسب $(gof)'(x)$ ، $(gog)'(x)$.

(٤) [٨ درجات] إذا كانت $y = (\cos^{-1}(3x))^2$ ، فبرهن أن $(1-9x^2)y'' - 9xy' - 18 = 0$ ،

ثم احسب $y'(0)$ ، $y''(0)$.

(٥) [٩ درجات] أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من الدوال التالية علي نطاق اشتقاقها:

(i) $y = \tan^{-1}(\cot x) + x \cos x \sin^3(x^2)$

(ii) $x^2y - y^3 = 1 + \tan(xy)$

(iii) $x = \sec(5/t)$ ، $y = \sec^{-1}(t^2 + 1)$.

(٦) [٩ درجات] استنتج المشتقة النونية للدالة $f(x) = \sin(ax + b)$ ، حيث $a, b \in \mathbb{R}$ ، ثم استخدم

قاعدة ليبنتز لإيجاد المشتقة النونية للدالة $h(x) = (1+x)^2 \sin(4x)$ ومن ذلك استنتج $h^{(3)}(0)$

وضعها في أبسط صورة.

(٧) [١١ درجة] ابحث أطراف الدالة $f(x) = x + \frac{9}{x}$ موضحاً فترات التزايد وفترات التناقص والقيم العظمي والصغري المحلية وفترات التقعر ونقط الانقلاب وخطوط التقارب ، ثم ارسم منحناها.

انتهت الأسئلة.

